Microeconomía III

Escuela de Economía, Universidad de Guanajuato

Lista de Problemas II

1. Se dice que un plan de producción $y \in Y$ es *eficiente* si no existe otro vector $y' \in Y$ tal que $y' > y$ (es decir, $y' \geq y$ e $y' \neq y$). Se puede probar que si un plan de producción es maximizador de ganancias para algún $p >> 0$ entonces el plan y es eficiente (ver Mas-Colell, 1995, pag. 150).

Considera el siguiente *modelo de actividades lineales*: $a_1 = (1,-1,0,0)$, $a_2 = (0,-1,1,0)$, $a_3 = (0,0,-1,1)$, $a_4 = (2,0,0,-1)$.

a) Para cada uno de los siguientes planes de producción, verifica si pertenecen al conjunto de producción definido arriba: $y_1 = (6,0,0,-2)$, $y_2 = (5,-3,0,-1)$, $y_3 = (6,-3,0,0)$, $y_4 = (0,-4,0,4)$, $y_5 = (0,-3,4,0)$.

b) El plan de producción $y = (0,-5,5,0)$ es eficiente. Prueba esto encontrando un vector de precios $p >> 0$ para el cual y es maximizador de ganancias.

c) El plan de producción $(1,-1,0,0)$ es factible, pero no eficiente. ¿Por qué?

Sugerencia: Ver páginas 154 y 155 de Mas-Colell (1995). Definición: Para un modelo de actividades lineales, el plan de producción y pertenece al conjunto de producción si existen escalas de producción $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)$ con $\alpha_i \geq 0\ \forall i$, tales que $y = \sum_{i=1}^{4} \alpha_i a_i$. Sea $\alpha(y)$ la solución del siguiente sistema de ecuaciones para y:

$$(a_1\ \ a_2\ \ a_3\ \ a_4) \cdot \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{pmatrix} = y.$$

Entonces, $y \in Y$ si $\alpha(y) \geq 0$.

2. Considera una economía con un productor y un consumidor. Obtén los precios, ganancias, y canastas de consumo de de equilibrio cuando la función producción es $f(z) = z^{\frac{1}{2}}$, la función de utilidad es $u(x_1,x_2) = \ln x_1 + \ln x_2$. La dotación total de trabajo es $\bar{L} = 1$. Para fijar la notación x es la demanda por el bien de consumo, $\bar{L} - L$ es el ocio, L es la oferta de trabajo, z es la cantidad de trabajo demandada por la empresa y y la oferta del bien de consumo. El precio del bien de consumo es p y el precio del trabajo es w. Las ganancias de la empresa son π. Un equilibrio competitivo de esta economía es un conjunto de precios (p,w) y asignaciones del bien de consumo y de trabajo tal que los mercados del bien y de trabajo "se vacían".

3. Considera una economía con dos agentes, cuatro bienes y dos empresas. Las funciones de producción son:

$$x = K^x + L^x$$
$$y = 2K^y + L^y$$
$$\bar{K} = \bar{L} = 1$$

Los capitalistas son dueños de K mientras que los proletarios son dueños de la dotación de trabajo L. Encuentra el equilibrio competitivo de esta economía cuando:
(a) $u^K = x^{\frac{3}{4}}y, \ u^L = x^{\frac{3}{4}}y$.
(b) $u^K = xy^{\frac{3}{4}}, \ u^L = xy^{\frac{3}{4}}$.

4. Considera una economía con J empresas. Cada empresa produce un único output bajo rendimientos constantes a escala. El coste por unidad de producción de la empresa j es $c^j(p)$, el cual suponemos que es diferenciable. Escribe un sistema de ecuaciones similar a las equaciones (17.B.4)-(17.B.5) en Mas-Colell (1995) (pag. 583) para el equilibrio de esta economía.

5. Considera una economía de intercambio puro como la vista en clase. La única novedad es que existe un sistema de impuestos progresivo según la siguiente regla: la riqueza individual deja de ser $p \cdot \omega^i$. Cualquier individuo con una riqueza individual por encima de la media de la población debe contribuir con la mitad de su exceso sobre la media a un fondo. Aquellos cuya renta está por debajo de la media reciben una contribución del fondo en proporción directa a su déficit bajo la media.
Para una sociedad con dos individuos con dotaciones $\omega^1 = (1,2)$ y $\omega^2 = (2,1)$, escribe las riquezas despues de impuestos de estos individuos como función de los precios.

6. Deriva las condiciones de primer orden (16.F.2) y (16.F.3) del problema de maximización (16.F.1) de Mas-Colell (1995), pag. 562.